

would not necessarily double. *Example,* use of fertilizer, the production of poddy

१. सहसंबंध (Correlation)

विविध सांख्यिकीय मापे, अपकिरण माप आणि विषमता माप आणि विषमता माप आणि विषमता माप. यांच्या सहाय्याने सांख्यिकीय पदमालेची केंद्रीय प्रवृत्ती तिचा विस्तार आणि रचना याबाबत माहिती मिळते. सांख्यिकीमध्ये या माध्यांना अत्यंत महत्वाचे स्थान आहे. सांख्यिकीय पदमालेची प्रवृत्ती जाणून घेतांनाच दोन किंवा अधिक प्रवृत्तीचा संबंध जाणून घेणे आवश्यक असते. उदा. उत्पादन आणि लाभाचा संबंध, दोन विद्यार्थ्यांच्या गुणांची तुलना, किंमत वाढीचा मागणी पुरवठ्यावरील परिणाम, या सारख्या अनेक प्रवृत्ती असलेल्या परस्पर संबंधालाच 'सहसंबंध (Correlation) असे म्हणतात.

एकमेकांवर अवलंबून असलेल्या व एकमेकांकरिता निश्चित स्वरूपाचे परिवर्तन किंवा बदल अस्तित्वात आणणाऱ्या दोन किंवा त्यापैकी अधिक प्रवृत्तीच्या परस्पर संबंधालाच सहसंबंध असे म्हणतात.

कार्ल पिअरसन यांच्या शब्दात ✓

(दोन विषयांतील परिणाम स्वरूपाच्या संबंधाला व त्यांचे मापन करण्याच्या सांख्यिकीय पध्दतीला सहसंबंध सिध्दांत म्हणतात.)

सहसंबंध मोजण्याकरिता वक्र (Graph) चित्र (Diagram) सूत्र (Formula) पध्दतीचा समावेश होतो. धनात्मक संबंध Positive Correlation ज्यावेळी संबंधित दोन किंवा अधिक प्रवृत्ती एकाच दिशेने बदलतात त्याला धनात्मक सहसंबंध म्हणतात. ऋणात्मक सहसंबंध (Negative Correlation) दोन विषय किंवा दोन प्रवृत्ती एकमेकांच्या विरूद्ध दिशेने बदलतात त्यापैकी दोन विषयात ऋणात्मक सहसंबंध दिसून येतो असा संबंध 'सम' किंवा 'विषम' असा दोन्ही प्रकारचा असू शकतो तसेच दोन प्रवृत्तीमध्ये एक कारण (Cause) तर दुसरे 'परिणाम' असते.

सहसंबंध परिणाम (Degree of Correlation)

सहसंबंध परिणाम (Degree of Correlation) सूत्र पध्दतीने सहसंबंध मापन करतांना सहसंबंध गुणकाचा उपयोग केला जातो. त्यासाठी पुढील नियम लक्षात ठेवणे आवश्यक असते.

- १) सहसंबंध नसणे (Lack of correlation) दोन विषयात कोणताच सहसंबंध नसेल तर त्याला ० सहसंबंध असे म्हणतात अशावेळेस सहसंबंध गुणक ० असतो.
- २) पूर्ण संबंध असणे (Perfect Correlation) : दोन विषय किंवा प्रवृत्ती पूर्णपणे सारख्याच प्रमाणात आणि समदिशेने बदल दर्शवित असतील तर त्यामध्ये पूर्ण होका होकारात्मक सहसंबंध (Perfect Positive Correlation) आहे असे समजले जाते. त्यावेळी सहसंबंध गुणक (+१) इतका असतो. या उलट जर दोन विषय सारख्याच प्रमाणात परंतु एकमेकांच्या विरूद्ध दिशेने बदलतात तेव्हा पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध आहे. असे म्हणतात. अशावेळी सहसंबंध - १ असते.
- ३) आंशिक सहसंबंध असणे (Partial Correlation) व्यवहारात दोन विषयात पूर्णपणे सहसंबंध असणे किंवा सहसंबंध नसणे या दोन्ही बाब अत्यंत कमी प्रमाणात दिसून येतात. प्रत्यक्षात सहसंबंध (\pm) या मध्ये असतो. त्यासाठी पुढील श्रेणी स्तर (Levels) अस्तित्वात येतात.

क्र.	सहसंबंधाचा स्तर (श्रेणी)	स्वरूप ऋणात्मक (-) Negative	धनात्मक (+) Positive
१)	उच्चस्तरीय सहसंबंध High Degree Correlation	०.७५ ते १	०.७५ ते १
२)	मध्यस्तरीय सहसंबंध Moderate Degree Correlation	०.३० ते ०.७५	०.३० ते ०.७५
३)	निम्नस्तरीय सहसंबंध Low Degree Correlation	० ते ०.३०	० ते ०.३०

सहसंबंध दोन पदमालात स्पष्ट होतो. त्यापैकी प्रथम पदमालेला कर्ता पदमाला (Subjective Series) व दुसऱ्या पदमालेला संबंध पदमाला (Relative Series) असे म्हणतात. त्यांना x व y असे नाव देण्यात येते. त्यात सहसंबंध गुणक काढून वरील नियमांचा सहाय्याने किंवा संभाव्य विभ्रम (Probable Error) सहसंबंध विषयक निर्णय घेण्यात येतो.

सहसंबंध गुणकाबद्दल निर्णय : यात खालील पध्दतीचा अवलंब केला जातो.

अ) श्रेणी पध्दत (Levels Method) : सहसंबंध गुणकाचे उत्तर नेहमीच (\pm) या सीमांच्या अंतर्गत असते. तर १ पेक्षा कधीही जास्त नसते. ते धनात्मक (+) किंवा ऋणात्मक (-) असते.

ब) संभाव्य विभ्रम पध्दत (Probable Error Method) : कोणतीही पदमाला ही सांख्यिकीय क्षेत्राचे न्यादर्शरूपाने प्रतिनिधित्व करते. पदमालेकरिता म्हणजेच आदर्शाकरिता काढलेला निर्णय हा सर्वत्र सांख्यिकीय क्षेत्राकरिता असे सांगता येत नाही. प्राप्त केलेला सहसंबंध गुणक हा त्यापेक्षा कमी किंवा जास्त राहू शकेल. अशावेळी सहसंबंध गुणकाकरिता उच्चतम सीमा व न्युनतम सीमा ठरविणे आवश्यक असते. म्हणजेच सह संबंध गुणकातील संभाव्य बदल शोधून काढावा लागतो. तो ज्या अंकाने प्राप्त करतात. त्याला संभाव्य विभ्रम (Probable Error) असे म्हणतात. संभाव्य विभ्रम सहसंबंध गुणक काढल्यानंतर त्यांच्या सहाय्याने खालीलप्रमाणे शोधून काढतात.

$$\text{Probable Error} = 0.6745 \frac{1-(r)^2}{\sqrt{n}}$$

वरील प्रमाणे शोधून काढल्यानंतर खालीलप्रमाणे निर्णय घेतली जातात.

१) सहसंबंध गुणकांच्या सीमा ठरविणे (Determination of Limits) : यात दोन पध्दतीने गुणकांच्या सीमा ठरविल्या जातात.

- अ) सहसंबंध गुणकांची न्यूनतम सीमा (Minimum level of r) = r - P.E.
 ब) सहसंबंध गुणकांची उच्चतम सीमा (Maximum level of r) = r + P.E.

२) सहसंबंधाबाबत निष्कर्ष काढणे (Drawing Conclusion) : ज्यावेळी सहसंबंध गुणकाबरोबर संभाव्य विभ्रम शोधून काढावयाचा असतो त्यावेळी श्रेणी पध्दतीने निर्णय न घेता संभाव्य विभ्रमाच्या सहाय्याने निर्णय घेतले जाते. त्याकरिता खालील नियमाचा वापर करतात.

- अ) जर सहसंबंध गुणक P.E. पेक्षा कमी असेल तर दोन पदमालात सहसंबंध नाही असा निष्कर्ष काढतात.
 ब) जर सहसंबंध गुणक 6 x P.E. पेक्षा (संभाव्य विभ्रमस्ती सहापट) जास्त असेल तर दोन पदमाकामध्ये निश्चित (Significant) व मोठ्या प्रमाणावर आहे हे स्पष्ट होते. सहसंबंध गुणक या सहापटीपेक्षा जेवढा असेल तेवढे त्या प्रमाण जास्त समजण्यात येते.
 क) जर सहसंबंध गुणक (०.३) पेक्षा कमी असेल व P.E. तुलनात्मक दृष्ट्या कमी असेल तर सहसंबंध नसुनही, व कमी प्रमाणात आहे असे समजण्यात येते.
 ड) जर सहसंबंध गुणक ०.५ पेक्षा जास्त असेल व P.E. तुलनात्मक दृष्ट्या कमी असेल तर सहसंबंध आहे हे निश्चित होते.

PROBABLE ERROR

Probable error defines the limits above and below the size of the co-efficient determined with in which there is an

equal chance that the co-efficient of correlation similarly calculated from other samples will fall.

The probable error of the co-efficient of correlation is calculated by the following formula.

$$P.E. = 0.6745 \frac{1-(r)^2}{\sqrt{n}}$$

(where n is the number of pairs items)

The probable error is used for ascertaining the reliability of the co-efficient of correlation. In regard to the probable error the interpretation is done as follows.

- i) When the value of r is less than the probable error there is no evidence of correlation is practically certain i.e. the value of r is signifant.
- ii) By adding and substracting the value of probable error from the co-efficient of correlation we get respectively the upper and lower limits within which co-efficient of correlation in the population can be expected to lie symbolically, correlation in the population = $r \pm P.E.$

Formula : Karl Pearson's Co-efficient of Correlation.

$$1) r = \frac{n \cdot \Sigma dx dy - (\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{\sqrt{n \cdot \Sigma dx^2 - (\Sigma dx)^2} \sqrt{n \cdot \Sigma dy^2 - (\Sigma dy)^2}}$$

$$2) r = \frac{\Sigma dx dy - \frac{(\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{n}}{\sqrt{n \cdot \Sigma dx^2 - \frac{(\Sigma dx)^2}{n}} \sqrt{n \cdot \Sigma dy^2 - \frac{(\Sigma dy)^2}{n}}}$$

$$3) r = \frac{\Sigma dx dy - n \left(\frac{\Sigma dx}{n} \right) \left(\frac{\Sigma dy}{n} \right)}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Prob. 1 : Calculate the co-efficient of correlation for the following marks obtained by a group of a students in Accountancy and statistic out of 100.

Students	Marks in Account	Marks in Statistic
A	70	50
B	55	40
C	40	60
D	60	70
E	25	30
F	50	45
G	35	55
H	80	65
I	85	80

(RTM NU April 2006, 2008)

Solution :

Denoting: Marks in Account = x
 Marks in Statistic = y

x	dx (60)	dx^2	y	dy (55)	dy^2	$dx dy$
70	+10	100	50	-5	25	-50
55	-5	25	40	-15	225	+75
40	-20	400	60	+5	25	-100
60	0	2	70	+15	225	0
25	-35	1225	30	-25	625	+875
50	-10	100	45	-10	100	+100
35	-25	625	55	0	0	0
80	+20	400	65	+10	100	+200
85	+25	625	80	+25	625	+625
$n=9$	$\Sigma dx = -40$	$\Sigma dx^2 = 3500$	$n=9$	$\Sigma dy = 0$	$\Sigma dy^2 = 1950$	$\Sigma dx dy = 1725$

Formula No. (1)

By applying the formula :

$$r = \frac{n \cdot \Sigma dx dy - (\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{\sqrt{n \cdot \Sigma dx^2 - (\Sigma dx)^2} \sqrt{n \cdot \Sigma dy^2 - (\Sigma dy)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$= \frac{1725 \times 9 - (-40 \times 0)}{\sqrt{9 \times 3500 - (-40)^2} \sqrt{9 \times 1950 - (0)^2}}$$

(RTM NU Oct. 2006)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{15525-0}{\sqrt{31500-1600}\sqrt{17550}} = \frac{15525}{\sqrt{29900}\sqrt{17550}} \\
 &= \frac{15525}{172.916 \times 132.476} = \frac{15525}{22907.220} = 0.678
 \end{aligned}$$

Formula No. (2)

By applying the formula : $r = \frac{\Sigma dx dy - \frac{(\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{n}}{\sqrt{n \cdot \Sigma dx^2 - \frac{(\Sigma dx)^2}{n}} \sqrt{n \cdot \Sigma dy^2 - \frac{(\Sigma dy)^2}{n}}}$

Putting the values in above formula -

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1725 - \frac{(-40 \times 0)}{9}}{\sqrt{3500 - \frac{(-40)^2}{9}} \sqrt{1950 - \frac{(0)^2}{9}}} = \frac{1725 - \frac{(0)}{9}}{\sqrt{3500 - \frac{(1600)}{9}} \sqrt{1950 - \frac{0}{9}}} \\
 &= \frac{1725-0}{\sqrt{3500-177.78}\sqrt{1950-0}} = \frac{1725}{\sqrt{3322.22}\sqrt{1950}} \\
 &= \frac{1725}{57.639 \times 44.159} = \frac{1725}{2545.281} = 0.678
 \end{aligned}$$

प्रतिपगमन (Regression)

प्रतिपगमन हा (Regression) या मुळ इंग्रजी शब्दाचा मराठी प्रतिशब्द आहे आणि त्याचा अर्थ Coming back म्हणजे परत जाण असा केला जातो. फ्रॉसिस गॉल्टन त्यांनी प्रतिपगमनाची संकल्पना प्रथमच वापरण्याचा मान त्यांना मिळाला. फ्रॉन्सिस गॉल्टन यांनी काही वडिल व त्याचे पुत्र यांच्या उंचीचा अभ्यास केला. त्यातून त्यांनी निष्कर्ष काढला की वडीलांच्या उंचीची प्रवृत्ती व पुत्राच्या उंचीची त्रिकोण दिशेने जात असली तरी उंच वडिलांचा मुलांची उंची वडिलाच्या उंचीपेक्षा कमी तर ठेंगण्या वडीलाच्या मुलाची उंची वडीलाच्या उंचीपेक्षा जास्त असल्याचे दिसून आले. सोप्या शब्दात उंचीची प्रवृत्ती माध्याकडे (Average) परतण्याची प्रवृत्ती असते. हीच बाब अन्य बाबीतही दिसून येते. या प्रवृत्तीच्या आधारावर आपणास एका प्रकारच्या बल मुल्यासाठी दुसऱ्या प्रकारचे तर्कशुद्ध तत्वमुल्य शोधून काढता येते.

प्रतिपगमनाचे रेषा (Regression Lines) :

ज्या दोन संबंधित पदमालातील प्रतिपगमानाचा अभ्यास करावयाचा असतो त्या प्रत्येकासाठी वेगवेगळ्या दोन प्रतिपगमन रेषा व प्रतिपगमन सुत्रे (Equation) असतात. ज्या पदमुल्यांचे अनुमान करावयाचे असते त्या नावाने ती प्रतिपगमन रेषा ओळखली जाते.

जसे एका विशिष्ट y श्रेणीतील मुल्यांसाठी x मूल्य ओळखावयाचे असेल तर ती प्रतीपगमन रेखा (Regression Line) of x on y म्हणून ओळखली जाते. तर एखाद्या श्रेणीतील मुल्यांसाठी श्रेणीतील मूल्य ओळखावयाचे असेल तर ती रेखा किंवा सूत्र (Regression Line) of y on x म्हणून ओळखली जाते.

प्रतीपगमन रेखा एकतर आलेख पत्रावर आकृतीद्वारे आलेखाने नाहीत तर बिजगणितीय सूत्राद्वारे दाखविता येते. बिजगणितीय सूत्राची पध्दत अधिक उपयोगी असल्याने त्यांच्याच वापर अधिक केला जातो.

प्रतिपगमन काढण्याकरिता चार पध्दतीचा वापर केला जातो.

- १) जर दोन पदमाला दिली असता प्रतिपगमन (Regression) when two series will be given.
- २) जर माध्य व प्रमाणविचलन दिली असतांना प्रतिपगमन (Regression) when mean and standard deviation will be given.
- ३) केवळ सुत्रे दिली असतांना प्रतिपगमन (Regression) when equation will be given.
- ४) When data/table will be given

✓ **प्रतीपगमन व सहसंबंध हयातील फरक**
Difference between Regression and Correlation

प्रतीपगमन Regression	सहसंबंध Correlation
१) प्रतीपगमन गुणक एकापेक्षा कमी तसाच एकापेक्षा जास्तही तसेच धनात्मक किंवा ऋणात्मक राहू शकतो.	१) सहसंबंध गुणक नेहमीच एकापेक्षा कमी असते. सैध्दांतिक दृष्ट्या तो एका एवढा म्हणजे पूर्ण सहसंबंध दाखविणारा राहू शकतो.
२) प्रतीपगमन गुणक दोन पदमालेसाठी वेगवेगळे असे दोन म्हणजे BXY आणि XYX असे असतात.	२) सहसंबंध गुणक दोन्ही बलमूल्यांचा परस्परसंबंध दर्शविणारा असल्याने एकच असतो.
३) प्रतीपगमनाद्वारे त्यांचे स्वरूप (nature) जाणता येते.	३) सहसंबंधातुन केवळ दोन पदमालेतील मुल्यांचा परस्पर संबंधाचे प्रमाण (Degree) ओळखता येते.
४) प्रतीपगमनाद्वारे दोन पदमालेतील चलमूल्याचे कार्यकारण भाव (कारण व परिणाम) तपासता येते.	४) सहसंबंधाद्वारे केवळ चलमूल्यातील परस्पर प्रवृत्तीचे कारण माहित होते.

प्रतिपगमनाचे महत्व व उपयोगिता :

- १) प्रतीपगमन दोन चलमूल्य पदमालेतील कार्यकारण परिणाम दर्शविले जाते.
- २) त्यातून एका पदमालेतील चलमूल्यातील माध्य प्रवृत्तीचे आधारावर योग्य तर्कशुद्ध दुसरे पदमूल्य काढता येते.
- ३) एक स्वतंत्र घटनेतील प्रवृत्तीचा दुसऱ्या आश्रित घटनेतील मुल्यांवर परिणाम होत असल्याने एका मुल्यांवर दुसऱ्या मुल्यांचे सहज अनुमान काढता येते.
- ४) व्यवहारात विक्री व उत्पादन, पाऊस आणि पिक, मागणी आणि उत्पादन, मागणी आणि किंमत, उंची आणि वजन यांचा अभ्यास करता येतो.
- ५) आर्थिक आणि व्यापारी जगात भावी काळातील तंतोतंत निर्णय घेतला जातो.

The regression on equation of x on y is as formula :

$$1) x - Ax = Bxy (y - Ay) \text{ or } x - A\bar{x} = Bxy(y - A\bar{y})$$

The regression equation of y on x is as follows.

$$y - Ay = Byx (x - Ax) \text{ or } y - A\bar{y} = Byx(x - A\bar{x})$$

2) Regression of Co-efficient

The regression Co-efficient can be obtained directly i.e. without the use of normal equation as follows.

When the values of standard Deviations and Correlation of both the series are given. The following formula will be used.

Where, Bxy = Co-efficient of Regression of x on y

Byx = Co-efficient of Regression y on x

r = Co-efficient of correlation between x and y

σ_x = Standard Deviation of x

σ_y = Standard Deviation of y

Sometime variances is given in the question then, we have to find out standard Deviation as follows :

$$\text{Variance} = \sigma \quad \sigma = \sqrt{\text{Variance}}$$

$$r = \frac{\sum dx dy}{n \cdot \overline{ox} \cdot \overline{oy}}$$

If deviation are taken from mean the

$$r = \frac{\sum dx dy}{\sqrt{\sum d^2 x} \cdot \sqrt{\sum d^2 y}}$$

Where,

$\sum dx dy$ = Sum of Products of Deviations of 'x' and 'y'

N = Number of Items

$\sum d^2 x$ = Sum of Square of Deviation of x from mean

$\sum d^2 y$ = Sum of Square of Deviation of y from mean

Computation of Co-efficient of Correlation on the basis of co-efficient of Regression i.e. B_{xy} and B_{yx}

The Karl Pearson Co-efficient of Correlation can be obtained by the following formula.

$$r = \sqrt{B_{xy} \cdot B_{yx}}$$

Formula for type - 1

If the two simple series are given in the problem, than following formula should apply :

A) Regression Co-efficient of

x on y

$$B_{xy} = \frac{n \cdot \sum dx dy - (\sum dx \cdot \sum dy)}{n \cdot \sum dy^2 - (\sum dy)^2}, \quad B_{yx} = \frac{n \cdot \sum dx dy - (\sum dx \cdot \sum dy)}{n \cdot \sum dx^2 - (\sum dx)^2}$$

y on x

B) Regression equation of

x on y

$$x - A_x = B_{xy} (y - A_y)$$

y on x

$$y - A_y = B_{yx} (x - A_x)$$

C) Calculation of A_x and A_y

A_x = mean of 'x' series

A_y = Mean of 'y' series

$$A_x = \bar{x} + \frac{\sum dx}{n}$$

$$A_y = \bar{y} + \frac{\sum dy}{n}$$

\bar{x} = means the figure from which y = the figure from deviation are calculated in which the deviation are 'x' series (Assumed mean) calculated in 'y' series (Assumed Mean)

D) Calculation of the Co-efficient of correlation (on the basis of Regression Co-efficient)

$$r = \sqrt{\text{Regression Co-efficient}}$$

$$= \sqrt{B_{xy} \cdot B_{yx}}$$

E) Calculation of the value of x , when $y = ?$ for the calculation of value of ' x ' the equation of ' x ' will be applied.

F) Calculation of the value of y when $x = ?$ For the calculation of value of ' y ' the equation of ' y ' will be applied.

Note : In this method two series ' x ' and ' y ' given first prepare seven column table and find n, dx, dy, dx^2, dy^2 and $dx dy$.

Formula for type No. 2

The following formula should be apply;

A) Regression Co-efficient of :

x on y	y on x
$B_{xy} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	$B_{yx} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$

B) Regression equation of :

x on y	y on x
$x - A_x = B_{xy} (y - A_y)$	$y - A_y = B_{yx} (x - A_x)$

If following information are given of x and y series.

σ_x = Standard Deviation of ' x ' series

σ_y = Standard Deviation of ' y ' series

A_x = Mean of ' x ' series

A_y = Mean of ' y ' series

r = Co-efficient Correlation

Note : Remaining formula and calculation of various answer just like - Type No. 1

Prob. 1 : From the data given below find the two regression equations the co-efficient of correlation between marks in economics and statistics and the most likely marks in statistics when the marks in Economics are 30.

Marks in Economics	25	28	35	32	31	36	29	38	34	32
Marks in Statistics	43	46	49	41	36	32	31	30	33	39

Solution : It is assumed that marks in Economics = x and marks in statistics = y

x	dx(32)	dx ²	y	dy (39)	dy ²	dx dy
25	-7	49	43	+4	16	-28
28	-4	16	46	+7	49	-28
35	+3	9	49	+10	100	+30
32	0	0	41	+2	4	0
31	-1	1	36	-3	9	+3
36	+4	16	32	-7	49	-28
29	-3	9	31	-8	64	+24
38	+6	36	30	-9	81	-54
34	+2	4	33	-6	36	-12
32	0	0	39	0	0	0
n=10	Σdx= 0	Σdx ² = 140	n=10	Σdy= -10	Σdy ² = 408	ΣdxΣy = -93

i) Calculation of Ax & Ay

Ax = Mean of 'x' series

$$\begin{aligned} Ax &= x + \frac{\Sigma dx}{n} \\ &= 32 + \frac{0}{10} \\ &= 32 + 0 \end{aligned}$$

$$Ax = 32$$

ii) Regression Co-efficient of x on y

$$\begin{aligned} B_{xy} &= \frac{n \cdot \Sigma dx dy - (\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{n \cdot \Sigma dy^2 - (\Sigma dy)^2} \\ &= \frac{10x(-93) - (0x-10)}{10x408 - (-10)^2} \\ &= \frac{-930-0}{4080-100} \\ &= \frac{-930}{3980} \end{aligned}$$

$$B_{xy} = -0.234$$

Ay = Mean of 'y' series

$$\begin{aligned} Ay &= y + \frac{\Sigma dy}{n} \\ &= 39 + \frac{(-10)}{10} \\ &= 39 - 1 \end{aligned}$$

$$Ay = 38$$

y on x

$$\begin{aligned} B_{xy} &= \frac{n \cdot \Sigma dx dy - (\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{n \cdot \Sigma dx^2 - (\Sigma dx)^2} \\ &= \frac{10x(-93) - (0x-10)}{10x140 - (0)^2} \\ &= \frac{-930-0}{1400-0} \\ &= \frac{-930}{1400} \end{aligned}$$

$$B_{xy} = -0.664$$

iii) Regression equation of x on y and y on x

x on y

$$x = Ax + Bxy (y - Ay)$$

$$x - 32 = -.234(y - 38)$$

$$x - 32 = -.234y + 8.892$$

$$x = -.234y + 8.892 + 32$$

$$x = -.234y + 40.892$$

If $x = 30$ $y = ?$

$$y = -.664x + 59.248$$

$$= -.664 \times 30 + 59.248$$

$$= -19.92 + 59.248$$

$$= 39.328$$

y on x

$$y = Ay + Byx (x - Ax)$$

$$y - 38 = -.664(x - 32)$$

$$y - 38 = -.664x + 21.248$$

$$y = -.664x + 21.248 + 38$$

$$y = -.664x + 59.248$$

iv) Co-efficient of Correlation

$$r = \sqrt{Bxy \cdot Byx}$$

$$= \sqrt{-.234 \times -.664}$$

$$= \sqrt{-0.15538}$$

$$= -0.39$$

3. INDEX NUMBER

Index numbers are the barometers to measure the change in the level of a Phenomena. An Index number is nothing more than a 'relative number' or relative which Expresses the relationship between two figures is used as base. The Index number was constructed first in the year 1764 to compare the Itain Price index in the year 1750 with the price level of the year 1500 taking it as base. In present day situation changes in Production, Consumption, Export, Import, national income cost of living, incidence of crime number of road accidents, intra firm comparison and very wide variety of other fields are studied with the help of index number.

Definition of Index Number :

Index number are devices for measuring differences in the magnitude of group of related variables.

- Croxtion and cowde

Index numbers are a specialized type of averages.

- Blair

A series of index number is a series which reflects in its trend and fluctuations the movements of some quantity to which it is related.

- Bowley

An index number is a statistical measure designed to show changes in a variable or group of related variables with respect to time geographical location or other characteristics.

UTILITY / IMPORTANCE OF INDEX NUMBERS

In brief the following are the main uses of index numbers by which the importance (significance) of index number can be best appreciated.

1) Simplify Data :

Index number provides a means of simplifying data that is of reducing complex forms of Measurement to simple numbers which reflect the changes in the variable.

2) Comparative Study :

With the help of the index numbers Measurement taken at various points of time or space are readily compared in respect to relative change they combine units of dissimilar nature into one meaningful value.

3) Measure Purchasing Power of Money :

Index number (wholesale price index number) measure the purchasing power of money and indicates the economic set-up of country.

4) Useful in Deflation :

Index numbers are very useful in deflating i.e. index numbers help in finding out the real income of the people.

5) Change in Cost of Living :

Index numbers (consumer price index number) measure the changes in the cost of living of different groups of people.

6) National Income :

The index numbers of business condition measure the changes in the general economic activity of country and give an idea about the fluctuation in the real national income.

7) Universal Utility :

Index numbers are useful in various fields e.g. Sociology, Economics, Commerce medical science, Educational Research Organizations life Insurance Corporation, etc.

LIMITATIONS OF INDEX NUMBERS

1) Approximate Indicated :

Index numbers are only approximate indicators of the relative changes. They are true on the average. They give the direction of change.

2) Fallacious Conclusions :

Since index numbers are based on the selection of representative commodities, they may give fallacious conclusions.

3) Time Factor :

The tastes, habits and customs of people change in course of time so comparison of new index numbers is not suitable for old index numbers.

4) Different Purposes :

Index numbers which are useful for one purpose may not be useful for an other.

5) Limitations of Averages :

Since index numbers are specialized averages limitations of these averages are inherent.

6) Other Limitations :

Their may be error in each stage of the construction of index numbers, e.g. selection of items, selection of base period, selection of weights, selection of averages, selection of formula, retail prices, etc.

TYPES OF INDEX NUMBERS

There are various types of index numbers in common use. They may be classified in various ways.

- 1) Wholesale price index number and cost of living index number.
- 2) Price index number, quantity index number, value index number production index number etc.
- 3) Simple index number (for one commodity) and composite index number (for two or more commodities)
- 4) Weighted index number and un weighted index number

WEIGHTED AGGREGATE PRICE INDEX NUMBERS

Under weighted Aggregated index numbers, weights are assigned to various items and instead of finding the simple aggregate of prices, the weights are assigned to the various item Included in the index number. There are various methods of assigning weights and consequently a large number of formula for constructing index number have been developed. Some more important of then are as follows :

1) Laspeyres Method

Mr. Laspeyres has devised this method in 1871. This method falls under the category of weighted aggregative price index. In the method the weights are represented by the quantities of the commodities in the base year. The following formula has been given by Mr. Laspeyres.

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

This method attempts to answer the question, "That is the change in the aggregate value of the base period list of good when valued at given period prices? This index is widely used in practical work.

2) Paasche's Method

The paasche price index number is also a weighted aggregate price index method. Under this method weights are determined by quantities in the give year.

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

3) Dorbish and bowley's Method :

This method is a combination of Lasspeyre's and Passche's method.

Formula :

$$P_{01} = \frac{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}{2} \times 100$$

4) Marshall and Edgeworth :

In this method both the base year as well as current year prices and quantities are considered for calculating the index number. The formula for calculating the index number is

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_0 + \sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0 + \sum p_0 q_1} \times 100$$

This method satisfied the time reversal test. It gives a very close approximation to result of fisher ideal index number.

5) Fisher's Index Number :

Fisher's deal Index Number is the geometric mean of Laspeyre's and Paasche's index numbers.

$$P_{01} = \sqrt{L \times P} \times 100$$

OR

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

This formula is called as ideal formula, because it is based on G.M., which is supposed to be the best average for constructing Index numbers.

If satisfies both the tests (Time and Factor Reversal test) This index number is better than other index numbers.

SUMMARY OF FOUR FORMULAE OF INDEX NUMBERS :

Sr. No.	Particulars	Original Formula
1)	Laspeyre's Method	$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$
2)	Paasche's Method	$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$
3)	Dorbish and bowley's Method:	$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0 + \sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0 + \sum P_0 q_1} \times 100$
4)	Marshall and Edgeworth Method	$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0 + \sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0 + \sum P_0 q_1} \times 100$

5) Fisher's Ideal Index Number :

$$P_{01} = \frac{L+P}{2}$$

OR

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0 + \sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0 + \sum P_0 q_1}} \times 100$$

OR

$$P_{01} = \sqrt{L \times P} \times 100$$

6) Format of Preparation Table :

Commodities	Base Year 2011		Current Year 2012		1x2	2x3	1x4	3x2
	P ₀ (1)	Q ₀ (2)	p ₁ (3)	Q ₁ (4)	P ₀ Q ₀	P ₁ Q ₁	P ₀ Q ₁	P ₀ Q ₀
Rice								
Wheat								
Jowar								
					$\sum P_0 Q_0$ (A)	$\sum P_1 Q_1$ (B)	$\sum P_0 Q_1$ (C)	$\sum P_0 Q_0$ (D)

4. Chi-Square Test

It is also called Chi-Square Test. It is applied in statistics to test the goodness of fit to verify the distribution of observed data with assumed theoretical distribution. Therefore it is a measure to study the divergence of actual and expected frequencies. It has great use in statistics specially in sampling studies where we expect a doubted coincidence between actual and expelled frequencies and the extent to which the difference can be ignored because of fluctuations in samplings. If there is no difference between the actual and expected frequencies Chi-Square (χ^2) is zero.

Characteristic :

- i) Test is based on events of frequencies whereas in theoretical distribution, the test is based on mean and standard-deviation.
- ii) To draw inferences this test is applied, specially testing the hypothesis but not useful for estimation.
- iii) The test can be used between the entire set of observed and expected frequencies.
- iv) It is a general purpose test and as such is highly useful in research.
- v) For every increase in the number of degree of freedom a new chi-square distribution is formed

Assumptions :

- i) All the observation must be independent.
- ii) All the events must be mutually exclusive.
- iii) There must be large observations.
- iv) For comparison purpose the data must be in original units.

Degree of Freedom :

When we compare the computed value of Chi-square with the table value, the degree of freedom is evident. The degree of freedom means the number of classes to which value can be assigned of will, without violating restriction.

Uses and Signification :

1) Chi-square test of goodness of fit :

Karl Pearson has developed a method to test the difference between the theoretical value (hypothesis) and the observed value. The test is done by comparing the computed value with the table value of χ^2 for the desired degree of freedom. A Greek letter χ^2 is used to describe the magnitude of difference the fact and theory.

2) Chi-square as a test of independence :

Test can be used to find out whether one or more attributes are associated or not. For example Marriage and failure coaching class and successful candidates etc. we can find out whether they are related or independent. We take a table value at a certain level of significance, the hypothesis is correct and vice-versa.

4. Chi-Square Test

Chi-square (x^2) वर्ग विशिष्टच्या वर्गमूल्यावर (square) आधारित अशी विशिष्ट चाचणी किंवा कसोटी होय. यात ज्या दोन प्रकारच्या मूल्यातील अंतराचा वर्ग (square) काढला जातो. ती म्हणजे ते अपेक्षित किंवा सैध्दांतिक (Expected or theoretical) वारंवारता आणि वास्तविक किंवा प्रत्यक्ष (Actual or observed) किंवा प्रत्यक्ष (Actual or Observed) वारंवारता होत. x^2 च्या सैध्दांतिक (value) तयार तक्त्याच्या रूपात उपलब्ध असते.

x^2 Test उपयोग :

गुणसंमकाचा अभ्यास करतांना दोन गुणात संबंध (Association) काढण्यासाठी जसा आपण Yule च्या Co-efficient of Association अर्थशा उपयोग करतो तसेच x^2 Test द्वारेही ते संबंध आहे किंवा नाही ते तपासता येते. मात्र x^2 Test द्वारे केवळ दोन गुणात किंवा अधिक गुणात संबंध ऋणात्मक (-) आहे किंवा धनात्मक (+) तसेच त्याचे प्रमाण आहे हे ओळखता येत नाही.

गुण संमकाप्रमाणेच वारंवारता वंटनातही (Frequency Distribution) x^2 चा उपयोग होवू शकतो. त्यात अनुमान व वस्तुस्थिती यातील फरक x^2 च्या माध्यमातून काढले जाते.

स्वातंत्र्य मर्यादा (Degree of Freedom) :

Chi-Square Table मधील हया विविध मुक्ततेच्या प्रमाणानुसार स्वातंत्र्य मर्यादा (D.F.) दिलेल्या असतात. त्यापैकी योग्य त्या स्वातंत्र्य मर्यादा पुढील x^2 मूल्य तुलनेसाठी विचारात घ्यावयाचे असते. D.F. काढण्यासाठी गुण समंकासाठी वेगळे आणि वारंवारता वंटनासाठी वेगवेगळे सूत्र लावले जाते.

मुक्तता मर्यादा म्हणजे जेवढ्या संस्थेतील अपेक्षित आकडे काढावयाचे आहेत. त्यापैकी किमान जेवढे आकडे सुत्र रूपाने काढणे आवश्यक आहे ती संख्या होय. या आकड्याच्या आधारे वजाबाकी बेरजेच्या सहाय्याने बाकीचे आकडे सहज काढता येतात.

महत्वपूर्णतेची पातळी (Level of Significant) :

x^2 तक्त्यात विशिष्ट D.F. पुढील मूल्य 0.01 किंवा 1% आणि 0.05 किंवा 5% या महत्वपूर्णतेच्या (विशेषतत्वाच्या) पातळीवर दिल्या असतात. यापैकी 5% ची पातळी व्यवहारात अधिक उपयोगात आणली जाते. 5% पातळी 95% निष्कर्ष अचूक सिध्द करते.

x^2 परिक्षणाची व्यावहारिक उपयोगिता महत्व

१) गुणात्मक स्वतंत्रेची तपासणी -

गुणात्मक संमकांचे बाबतीत दोन विभिन्न बाबी किंवा गुण यात परस्पर संबंध आहे किंवा नाही हे ओळखता येते जर x^2 टेबल मूल्य (x^2 table value) एवढीच किंवा त्यापेक्षा कमी Calculate x^2 Value असेल तर त्या संबंधित गुणांत मुळीच संबंध नसून ते परस्परपासून स्वतंत्र आहेत अशा त्याचा अर्थ होतो. जर Actual x^2 value ही Table value पेक्षा मोठी असेल तर त्या दोन गुणात परस्परसंबंध आहे असा त्याचा अर्थ होतो. संबंध कसा आहे. ऋणात्मक किंवा धनात्मक हे x^2 द्वारे सांगितले जात नाही.

२) चांगल्या उपयोग्यतेची तपासणी -

वारंवारता व टन रूपात संमकाचे बाबतीत अपेक्षित (सिध्दात) आणि वास्तविकता (प्रात्यक्षिकता) यात किती फरक आहे हे x^2 वरून ओळखता येते जर अगणित मूल्य ही टेबल मूल्यापेक्षा मोठी असेल तर सिध्दात व वास्तविक यात अंतर नसून आधारभूत खरा ठरल्याचे सिध्द होते.

Chi-Square Test (x^2)

Import Point : Far find out association between two-two subject chi-square test is used formula of chi-square.

$$x^2 = \frac{(o-e)^2}{e} + \frac{(o-e)^2}{e} + \frac{(o-e)^2}{e} + \frac{(o-e)^2}{e} + \dots$$

o = Observed frequency / Original Frequency

(ही original table उदाहरणात दिलेला असतो)

e = Expected Frequency / Theoretical Frequency

(Expected frequency ही expected table मध्ये दिलेली असते आणि expected table आपल्याला तयार कराव लागतो)

Formula for calculating for degree of freedom

$$D.F. = (C - 1) (R - 1)$$

C = Column

R = Row

Formula of calculation expected frequency

$$e.f. = \frac{T.R. \times R.C.}{n}$$

$T.R.$ = Total Row

$T.C.$ = Total Coloum

n = Total of frequency

Rule (Conclusion) : If calculated value (C.V.) is more than table value (T.V.) in that problem our hypothesis (assumption) will be wrong.

Type - I

Prob. 1) Following table is publish in a memory

Eye Colour in Father	Eye Colour in son		Total
	Not Light	Light	
Not Light	230	148	378
Light	151	471	622
	381	619	1000

Test whether the colour of son eyes is associated with that of father's you may use the following table.

Degree of Freedom	5% value of x^2
1	3.84
2	5.99
3	7.82

Solution :

Let us our hypothesis that there is no association in the given subject.

Expected frequency will be as under :

$$\begin{aligned}
 E.F. &= \frac{T.R. \times R.C.}{n} \\
 &= \frac{378 \times 381}{1000} \\
 &= \frac{144018}{1000} \\
 &= 144.018 \quad \therefore 144
 \end{aligned}$$

By the help of above expected frequency we will prepare now expected frequency table.

Eye Colour in Father light	Eye Colour in son		Total
	Not Light	Light	
Not Light	144	234	378
Light	237	385	622
	381	619	1000

By applying formula

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(o-e)^2}{e} + \frac{(o-e)^2}{e} + \frac{(o-e)^2}{e} + \frac{(o-e)^2}{e} + \dots \\
 &= \frac{(230-144)^2}{144} + \frac{(148-234)^2}{234} + \frac{(151-237)^2}{237} + \frac{(471-385)^2}{385} \\
 &= \frac{(86)^2}{144} + \frac{(-86)^2}{234} + \frac{(-86)^2}{237} + \frac{(86)^2}{385} \\
 &= \frac{7396}{144} + \frac{7396}{234} + \frac{7396}{237} + \frac{7396}{385} \\
 &= 51.361 + 31.607 + 31.207 + 19.210 \\
 &= 133.385
 \end{aligned}$$

Calculation of Degree of Freedom.

$$\begin{aligned}
 D.F. &= (C - 1)(R - 1) \\
 &= (2 - 1)(2 - 1) \\
 &= 1 \times 1 = 1
 \end{aligned}$$

C.V. of $\chi^2 = 133.385$ at 5% level of significant.

T.V. of $\chi^2 = 3.84$ at 5% level of significance.

Conclusion :

C.V. is more than T.V. it shows that are hypothesis is wrong means there is association between the given subject.

BUSINESS MATHEMATICS**5. RATIO AND PROPORTION****Ratio**

Ratio is expression of relationship between two quantities of the same kind or between two abstract numbers.

A Ratio indicates (a) how much one quantity is greater or less than another quantity and (b) how many times a quantity is contained in the other.

Consider $20 \div 10$. The quotient = 2. This is to say we try to compare the greatness of 20 with that of 10 or we try to find out how many times the quantity 20 contains 10. Ratio is another name to express the same idea.

$$\therefore \frac{20}{10} = 20 \div 10 = 20 : 10 = 2 : 1$$

20 and 10 are called the terms of the ratio. If both the terms of the ratio are multiplied by the same quantity, the ratio remains unaltered.

The terms of the ratio should be like or similar i.e. should be expressed in the same units. This will be cleared from the following explain.

Find out ratio of 40 paise to 1 Rs.

Here we should convert the rupees in to paise to paise to calculate the ratio i.e. 100 paise

$$\text{Ratio} = 40 : 100 \quad \text{OR } 4 : 10 \quad \text{OR } 2 : 5$$

Proportion

If there are four quantities a, b, c, d such that $a : b = c : d$ then, they are said to be in proportion. Each of the quantities is called a proportional and 'd' is called the fourth proportional to a, b, c. Thus 2, 3, 4, 6 are in proportion.

The equality of two ratio is called 'proportion'. If any three of the four quantities are known then the other can be easily determined.

The terms a and d are called the extremes and the terms b and c the means d is also called the fourth proportional to a, b, c.

For Ex. 12 16 30 40 are in proportion

Since $6 : 8$ and $30 : 40 = 6 : 8$

So that $12 : 16 = 30 : 40$

Similarly Rs. 24 Rs. 36 and 20 kg., 30 kg are in proportion.

अनुपात व प्रमाण —

दैनंदिन व्यवहारात आपल्याला अनेक वेळा तुलना करावी लागते, एक संख्या दुसऱ्या संख्येच्या 'कितीपट' आहे किंवा कितव्या हिश्याएवढी आहे हे सांगणे म्हणजे त्या संख्यांमधील अनुपात सांगणे होय. अनुपातात येणाऱ्या संख्यांना त्या अनुपाताची पदे म्हणतात.

समान अनुपातांच्या संकल्पनेचा उपयोग दैनंदिन व्यवहारात आपण अनेकदा पाहतो. समजा चार प्रकारच्या वस्तू जसे A, B, C, D आहेत तर या $A : B = C : D$ असा जेव्हा संबंध दर्शविला जातो. तेव्हा त्याचा अनुपाताय समभाग असे म्हणतात.

Prob. 1 : Find the inverse ratio of 20 : 34

Solution Inverse ratio of 20 : 34

$$\frac{1}{20} \div \frac{1}{17} \quad \frac{1}{20} \times \frac{34}{1} \quad \frac{34}{20} \quad 34 : 20$$

Prob. 2 : Find the duplicate and the triplicate ratio of $\frac{4}{9}$

$$= \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81} = 16:81$$

Tripliation ratio of $\frac{4}{9}$

$$= \left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{64}{729} = 64:429$$

Prob. 3 : Find the ratio compounded of the ratio 4 : 7, 5 : 8, 3 : 4

Solution : First ratio = $4 : 7 = \frac{4}{7}$ Second ratio = $5 : 8 = \frac{5}{8}$

$$\text{Third ratio} = 3 : 4 = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{Required compound ratio} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{56} = 15:56$$

Prob. 4 : Simplify the ratio

Rs. 5.60 paise , 11.20 paise

Solution : Rs. 5.60 paise = 560 paise

Rs. 11.20 paise = 1120 paise

$$\text{Ratio } \frac{560}{1120} = \frac{1}{2} \quad 1 : 2$$

Prob. 5 : If 21 horses eat 600 kilograms of grass in $12\frac{1}{2}$ days, how many kilograms of grass will 20 horses eat in $10\frac{1}{2}$ days?

Horses 21 : 30

$$\text{Days } \frac{25}{2} : \frac{21}{2} \quad \therefore 600 \text{ kg} : x \text{ kg}$$

$$x = \frac{30 \times 21 \times 600 \times 2}{21 \times 2 \times 25} \text{ kg} = 720 \text{ kg}$$

Prob. 6 : If 16 men do one work in 12 days working 14 hours a day, in how many days will 21 boys do the same work, working 12 hours a day, when 2 men's work is equal to 3 boys work?

Solution : 2 men = 3 boys

$$16 \text{ men} = \frac{3}{2} \times 16 \text{ boys} = 24 \text{ boys}$$

Let the required number of days be x

Hours 21 : 24 Days 12 : 14

\therefore 12 days : x days

$$x = \frac{24 \times 14 \times 12}{21 \times 12} \text{ days} = 16 \text{ days}$$

6. PROFIT AND LOSS

The main object of carrying on a trade is to earn a profit. A trader always try to maximise his profit by selling goods at a higher price than its cost. Whenever he sells at a lower cost he suffers loss. Thus the excess of selling price over cost price is profit and excess of cost price over selling price is loss.

The following few term are very useful for calculation of profit and loss.

Terms :

Cost price (C.P.) : The total amount spent for purchasing an article including octroi, rent, conveyance, charges, freight, etc.

Selling price (S.P.) : The price that is realised by selling an article is called its selling price.

Profit and Loss : The difference between S.P. and C.P. gives profit or loss.

Formula :

Profit

$$\text{Profit} = \text{S. P.} - \text{C. P.} \quad \text{नफा} = \text{विक्री किंमत} - \text{खरेदी किंमत}$$

$$\text{S.P.} = \text{C.P.} + \text{Profit} \quad \text{विक्री किंमत} = \text{खरेदी किंमत} + \text{नफा}$$

$$\text{C.P.} = \text{S.P.} - \text{Profit} \quad \text{खरेदी किंमत} = \text{विक्री किंमत} - \text{नफा}$$

Loss

$$\text{Loss} = \text{C. P.} - \text{S. P.} \quad \text{तोटा} = \text{खरेदी किंमत} - \text{विक्री किंमत}$$

$$\text{S.P.} = \text{C.P.} - \text{Loss} \quad \text{विक्री किंमत} = \text{खरेदी किंमत} - \text{तोटा}$$

$$\text{C.P.} = \text{S.P.} + \text{Loss} \quad \text{खरेदी किंमत} = \text{विक्री किंमत} + \text{तोटा}$$

Profit and loss are generally calculated or expressed as percentage of the cost price unless it is stated otherwise.

If the cost price is to be calculated. If selling price, profit and loss percentage will be given in the problem. Formula shall be used.

$$\text{Cost Price} = \frac{S.P.}{\left[1 \pm \frac{R}{100}\right]} + \text{Profit} - \text{Loss}$$

If the cost price and percentage of profit or loss is given and selling price is to be calculation.

$$S.P. = C.P. \left[1 \pm \frac{R}{100}\right]$$

व्यापारी वस्तुची खरेदी किंवा विक्री करतांना साधारणपणे ते खरेदी केलेल्या किंमतीपेक्षा वस्तुची विक्री करतात. कधी कधी त्यांना खरेदी किंमतीपेक्षा कमी किंमतीला वस्तू विकावी लागते.

नफा म्हणजे खरेदी किंमतीपेक्षा विक्री किंमत जास्त असणे होय.

नफा = विक्री किंमत - खरेदी किंमत

तोटा म्हणजे खरेदी किंमतीपेक्षा विक्री किंमत कमी अरणे होय.

तोटा = खरेदी किंमत - विक्री किंमत

नफातोटा नेहमी खरेदी किंमतीवरून काढला जातो.

When the % of profit and loss is calculated on cost price the following formula shall be used.

$$1) \% \text{ Profit} = \frac{\text{Profit}}{\text{Cost Price}} \times 100 \quad 2) \% \text{ Loss} = \frac{\text{Losses}}{\text{Cost Price}} \times 100$$

$$3) S.P. = C.P. + \frac{C.P. \times \% \text{ Profit}}{100} \quad 4) S.P. = C.P. - \frac{C.P. \times \% \text{ Loss}}{100}$$

$$5) \text{ Profit} = \frac{C.P. \times \% \text{ Profit}}{100} \quad 6) \text{ Loss} = \frac{C.P. \times \% \text{ Loss}}{100}$$

When the % of profit and loss is calculated on selling price the following formula shall be used.

$$1) \% \text{ of Profit} = \frac{\text{Profit}}{\text{Selling price}} \times 100$$

$$2) \% \text{ of Loss} = \frac{\text{Loss}}{\text{Selling price}} \times 100$$

Prob. 1 : A shopkeeper has sold the following items March during 1995.

Items Sol	Cost per unit Rs.	Selling price per unit Rs.
"A" 1000 units	9	11
"B" 5000 units	8	10
"C" 3000 units	10	15
"D" 2000 units	15	18

Profit out the percentage of profit on cost.

Solution :

Cost Price	Selling Price
A 1000 x 9 = 9000	1000 x 11 = 11000
B 5000 x 8 = 40000	5000 x 10 = 50000
C 3000 x 10 = 30000	3000 x 15 = 45000
D 2000 x 15 = 30000	2000 x 18 = 36000
11000 = 109000	11000 = 142000

$$\begin{aligned} \text{Profit} &= \text{Selling Price} - \text{Cost Price} \\ &= 142000 - 109000 = 33000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Percentage of Profit on cost} &= \frac{\text{Profit}}{\text{Cost Price}} \times 100 \\ &= \frac{33000}{109000} \times 100 \\ &= 30.27\% \end{aligned}$$

Prob. 2 : A businessman sold two machines for Rs. 5500 each. On one gained 10% and on another he suffered a loss of 10%. Find out the cost of each machine.

Solution :

$$\text{Cost} = \frac{\text{Selling Price}}{\left(1 + \frac{\text{Rate}}{100}\right)}$$

$$\begin{aligned} \text{1st Machine} \\ &= \frac{\text{Rs. 5500}}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2nd Machine} \\ &= \frac{\text{Rs. 5500}}{\left(1 - \frac{\text{Rate}}{100}\right)} \end{aligned}$$

$$\frac{Rs.5500}{1.1}$$

$$= Rs. 5000$$

$$\frac{Rs.5500}{0.9}$$

$$= Rs. 6111$$

she

✓ **Prob. 3 :** Dadarao purchased one horse for Rs. 25000. He sold that horse to his friend at 10% profit. The horse did not work well at the friend house. He sold it back to Dadarao for Rs. 24750. Calculate the loss percentage the friend suffered.

✓ **Solution :**

Dadarao purchase horse for	Rs. 25000
Add : 10% Profit	Rs. 2500
Sold to friend	Rs. 27500
Back sold to Dadarao	Rs. 24750
Loss to friend	Rs. 2750

27500
 24750

 2750

$$\text{Percentage of Loss} = \frac{2750}{27500} \times 100 = 10\%$$

Prob. 4 : Manufacturer sells an item to a wholesale dealer at a profit of 18%. The wholesale dealer sells the same to a retailer at a profit of 20%. The retailer in turn, sells it to the customer for Rs. 30.09, thereby earning a profit of 25%. Find the cost manufacturer.

Solution :

Suppose cost price = Rs. 100
 Cost price for wholesale dealer :
 100 + 18% = Rs. 118
 Cost price for retailer :

$$118 + 20\% = Rs. 141.60$$

$$118 + 23.60 = Rs. 141.60$$

Cost price for Customer :
 141.60 + 25%
 141.60 + 35.40 = Rs. 177
 177 : 30.09 :: 100 :: ?

$$\frac{30.09 \times 100}{177} = Rs. 17 \text{ manufacture cost price}$$

✓ **Prob. 5 :** A commodity was sold at a profit of 10%. If it had been